Relatório Fapesp Fevereiro 2006

Orientadora: Renata Wassermann
Aluno: Márcio Moretto Ribeiro

7 de Março de 2006

1 Introdução

Esse trabalho de iniciação científica tem como objetivo o estudo da teoria da revisão de crenças e lógicas de descrição. Como tínhamos nos comprometido verificamos quais os resultados lógicos de revisão de crenças são válidos para lógicas de descrição. Nesse texto serão examinados os teoremas de representação da contração partial meet e as lógicas ALC (mais simples) e SHOIN (mais complexa e base do OWL).

Seguiremos aqui o paradigma mais aceito na área de revisão de crenças, conhecido como AGM por causa das inicias dos autores do artigo seminal da área, Alchourrón, Gärdenfors e Makinson [AGM85].

Pesquisando a literatura nessa área encontramos alguns artigos de um grupo de pesquisadores da Universidade de Creta (Grécia) que apresentavam resultados relativos à compatibilidade entre as lógicas de descrição e os postulados AGM. Esses resultados são bastantes gerais no sentido de poderem ser aplicados a qualquer lógica tarskiana, em particular qualquer lógica de descrição, inclusive as descritas acima (ALC e SHOIN). O orientador e co-autor deste trabalho, Prof. Grigoris Antoniou, esteve em São Paulo em setembro, visitando o grupo de Lógica, Inteligência Artificial e Métodos Formais (LIAMF) do IME-USP, onde a iniciação científica está sendo desenvolvida, o que possibilitou um contato mais intenso.

Na primeira parte desse relatório apresentaremos um breve resumo com as principais idéias desses artigos [FPA04, FPA05] e em seguida mostraremos o que desenvolvemos com base nelas.

2 Generalizando os postulados AGM

Seguindo [FPA04] chamaremos de lógica o par $< L, C >$ onde L é o conjunto de símbolos nessa lógica e C é o operador conseqüência lógica.

usando essa definição de lógica podemos reescrever os postulados AGM sem ter de supor que a lógica usada seja proposicional clássica.

Definição 1 *Dada uma lógica $< L, C >$, uma operação binária $-$ em L é chamada de contração (segundo os postulados AGM [Gär88]) sse:*

(K-1) $K - \alpha = C(K - \alpha)$ *(fecho)*

(K-2) $K - \alpha \subseteq K$ *(inclusão)*

(K-3) *Se* $\alpha \notin K$, *então* $K - \alpha = K$ *(vacuidade)*

(K-4) *Se* $\alpha \notin C(\emptyset)$, *então* $\alpha \notin K - \alpha$ *(sucesso)*

(K-5) *Se* $\alpha \in K$, *então* $K \subseteq C((K - \alpha) \cup \alpha)$ *(recuperação)*

(K-6) *Se* $C(\alpha) = C(\beta)$, *então* $K - \alpha = K - \beta$ *(extensionalidade)*

O operador conseqüência C pode possuir diversas propriedades [1], em particular estamos interessados em operadores tarskianos, ou seja:

Definição 2 *Seja $< L, C >$ uma lógica e sejam A e B conjuntos de fórmulas em L. Chamaremos o operador C de tarskiano sse ele satisfaz as seguintes propriedades para todo A e B:*

- $C(C(A)) = C(A)$ *(idempotência)*
- $A \subseteq C(A)$ *(inclusão)*
- $A \subseteq B \Rightarrow C(A) \subseteq C(B)$ *(monotonicidade)*

[1] para uma lista de propriedades de um operador conseqüência descritas na literatura consulte [Was99].

3 O Problema

Nessa seção fazemos um pequeno resumo das idéias propostas por Flouris, Plexousakis e Antoniou em [FPA04, FPA05]. O primeiro resultado importante para nós é o seguinte teorema:

Teorema 1 *[FPA04] Em toda lógica tarskiana existe um operador satisfazendo os postulados (K-1)-(K-4) e (K-6).*

Porém, mais adiante é argumentado que nem toda lógica possui um operador que satisfaça os 6 postulados e um pequeno exemplo é apresentado:

$$L = \{a, b\} \qquad C(\emptyset) = \emptyset \qquad C(\{a\}) = C(\{a, b\}) = \{a, b\} \qquad C(\{b\}) = \{b\} \tag{1}$$

É fácil mostrar que essa lógica é tarskiana, mas para essa lógica não existe operador de contração satisfazendo os 6 postulados AGM.

Lema 1 *[FPA04] Não existe operador de contração satisfazendo (K-1)-(K-6) para essa lógica*

Prova: *Seja $K = L$ nosso conjunto de crenças e suponha que queremos contrair b. Repare que a única possibilidade para $K - b$ é $\emptyset$, pois qualquer outro subconjunto de L tem b como conseqüência, logo não satisfaz (K-4). Porém $C(\emptyset) \cup \{b\} = C(\{b\}) = \{b\} \neq C(K) = \{a, b\}$, logo esse conjunto não satisfaz (K-5), portanto, nessa lógica não existe operador que satisfaça (K-1)-(K-6).*

■

Ou seja, existem lógicas que não possuem operador de contração que satisfaça os 6 postulados AGM. Seguindo [FPA04], chamaremos as lógicas em que existe tal operador de *AGM-compatíveis*.

Definição 3 *[FPA04] Uma lógica $< L, C >$ é chamada AGM-compatível sse para essa lógica existir operador de contração que satisfaça os 6 postulados AGM.*

Resta mostrar o que uma lógica precisa possuir para ser AGM-compatível.

Definição 4 *[FPA04] Uma lógica $< L, C >$ é dita "decomponível"sse para todo $A \subseteq L$, para todo B tal que $C(\emptyset) \subset C(B) \subset C(A)$ existe D tal que $C(D) \subset C(A)$ e $C(B \cup D) = C(A)$*

O principal resultado desse trabalho [FPA04] foi mostrar que ambas as condições são equivalentes, ou seja:

Teorema 2 *[FPA04] Uma lógica é AGM-compatível sse ela for "decomponível".*

Partindo desse resultado foi mostrado que algumas lógicas de descrição são AGM-compatíveis e outras não:

Teorema 3 *[FPA05] Uma lógica de descrição que contenha $\top$, $\top_R$, os operadores, $\neg$, $\sqcap$, $\forall$, $\neg_R$, $\sqcap_R$, $\{...\}$ e o conectivo $\sqsubseteq$ para conceitos e podendo ou não possuir o conectivo $\sqsubseteq$ para papeis é AGM-compatível.*

Teorema 4 *[FPA05] Suponha uma lógica de descrição que possua as seguintes propriedades:*

- *Possua pelo menos dois papeis (R e S) e pelo menos um conceito (A).*
- *Admita pelo menos um dos operadores: $\forall$, $\exists$, $\leq_n$, $\geq_n$ para pelo menos um valor de n.*
- *Admita quaisquer dos operadores: $\neg$, $\sqcap$, $\sqcup$, $\top$, $\bot$, ou operador inversão.*
- *Possua o conectivo $\sqsubseteq$ aplicável tanto para papeis quanto para conceitos.*

Então essa lógica de descrição não é AGM-compatível.

A lógica ALC é a lógica de descrição que só permite os operadores $\neg$, $\sqcap$, $\forall$, $\exists$ e $\sqcup$ e o conectivo $\sqsubseteq$ aparece apenas entre conceitos. Como os operadores $\exists$ e $\sqcup$ podem ser escritos a partir dos outros três o primeiro lema mostra que a lógica ALC é AGM-compatível. Por outro lado a lógica SHOIN possui tudo que a lógica ALC possui mais papeis inversos e transitivos, enumeração, os operadores $\leq_n$, $\geq_n$ e hierarquia de papeis, ou seja, admite o conectivo $\sqsubseteq$ entre papeis. Logo o segundo lema diz que essa lógica não é AGM-compatível [2].

[2]Para uma descrição mais precisa dessas lógicas consulte [HPS03, BCM+03]

4 Solução Proposta

Exigindo que o operador de contração satisfaça um outro conjunto de postulados conseguimos que toda lógica tarskiana possua tal operador.

Dedicaremos essa seção em apresentar o trabalho desenvolvido no semestre passado que consiste em:

- Apresentar um outro conjunto de postulados para o operador de contração [Han97]
- Mostrar motivações para a escolha desses postulados
- Provar que toda lógica tarskiana possui operador de contração satisfazendo esses postulados.
- Provar os teoremas de representação nesses casos (ida e volta)

O postulado da recuperação (K-5), que é a causa dos problemas [3] é o mais polêmico da teoria AGM e já foi contestado por vários autores [Mak87, Fer01].

É certo que algum princípio de minimalidade deve ser utilizado, mas existem outras propostas para substituí-lo. Nos focaremos aqui em um princípio proposto por Hansson chamado de *relevância*:

Definição 5 *[Han97] Um operador de contração satisfaz o princípio da relevância se possui a seguinte propriedade: Se* $\beta \in K$ *e* $\beta \notin K - \alpha$ *então existe K' tal que* $K - \alpha \subseteq K' \subseteq K$ *e* $\alpha \notin C(K')$*, mas* $\alpha \in C(K' \cup \{\beta\})$*.*

O conjunto de postulados que exigiremos que nosso operador de contração satisfaça será composto dos postulados (K-1)-(K-4), (K-6) e mais o critério de relevância. Mostraremos que pelo menos para aquela lógica definida no *lema 1* existe uma contração satisfazendo esse conjunto de postulados, apesar de não haver contração nessa lógica que satisfaça os postulados AGM.

Lema 2 *A lógica definida no lema 1 possui contração satisfazendo (K-1)-(K-4), (K-6) e o critério de relevância.*

[3] Veja o Teorema 1 e o Lema 1.

Prova: *β nesse caso pode valer a ou b. Tome $\beta = b$ então $\beta \in K$ é claro que $\beta \notin K - b$, tome $K' = \emptyset$, então $b \notin C(K')$, mas $b \in C(K' \cup \{\beta\}) = C(K' \cup \{b\})$. Tome agora $\beta = a$ então, pelo que foi discutido anteriormente, a única opção para $K - b$ é $\emptyset$. Nesse caso $\beta \notin K - b$, tomando $K' = \emptyset$, temos $b \notin C(K')$, mas $b \in C(K' \cup \beta) = C(\{a\}) = \{a, b\}$. Como toda lógica possui contração satisfazendo (K-1)-(K-4) e (K-6), em particular essa lógica também possui. Logo essa lógica possui contração satisfazendo (K-1)-(K-4), (K-6) e o critério da relevância.*

$\blacksquare$

A principal motivação para se utilizar esse conjunto de postulado é o fato de ele ser equivalente aos postulados AGM no caso particular em que a lógica é proposicional clássica, como mostrado em [Han97].

Proposição 1 *[Han97] Para lógica proposicional clássica se uma função satisfaz os postulados (K-1)-(K-4), (K-6) e o critério da relevância então essa função satisfaz os postulados AGM.*

Repare que esse resultado vale apenas para lógica proposicional clássica, o que mostraremos a seguir é que, apesar de só existir operador de contração satisfazendo os postulados AGM se uma lógica foi "decomponível", existe operador satisfazendo (K-1)-(K-4), (K-6) e o critério de relevância em qualquer lógica tarskiana.

Os postulados AGM só apresentam propriedades que um operador de contração deve satisfazer, mas não fornecem uma forma de construí-lo. Na literatura encontramos diversas formas de construir um operador contração [Han97]. Escolhemos a contração chamada de *partial meet*. Em [Han97] foram demonstrados os teoremas de representação para a contração *partial meet*, generalizamos esses resultados mostrando que eles valem para qualquer lógica tarskiana desde que se substitua o postulado (K-5) pelo critério da relevância. Para isso precisamos definir alguns termos:

Definição 6 *Seja K um conjunto de fórmulas em L, o conjunto $K \perp \alpha$ indica o conjunto dos subconjuntos maximais de K que não implicam α, ou seja: $K \perp \alpha = \{K' \subset K : \alpha \notin C(K') \land \forall K''(K' \subset K'' \subset K \Rightarrow \alpha \in C(K''))\}$*

Definição 7 *Uma função de seleção para $K \perp \alpha$ á uma função γ tal que:*

- *Se $K \perp \alpha \neq \emptyset$, então $\emptyset \neq \gamma(K \perp \alpha) \subseteq K \perp \alpha$.*

- *Caso contrário,* $\gamma(K \perp \alpha) = \{K\}$*.*

Definição 8 *A função:*

$$K -_\gamma \alpha = \bigcap \gamma(K \perp \alpha) \tag{2}$$

é chamada de contração partial meet.

Antes de mostrar os teoremas de representação temos de provar que a intersecção de conjuntos logicamente fechados é logicamente fechado:

Lema 3 *Seja* $< L, C >$ *uma lógica tarskiana. Sejam* K_1*,* K_2*, ... ,* K_n *conjuntos tais que* $K_i = C(K_i)$ *para* $1 < i < n$ *então* $\bigcap_i K_i = C(\bigcap_i K_i)$*.*

Prova: $\bigcap_i K_i \subset C(\bigcap_i K_i)$ *pois* $< L, C >$ *é tarskiana. Suponha por absurdo que* $\beta \in C(\bigcap_i K_i)$ *e* $\beta \notin \bigcap_i K_i$ *então* $\exists j : \beta \notin K_j$*, logo como por hipótese* $K_j = C(K_j)$ *então* $\exists \beta \notin C(K_j)$*, mas como* $\bigcap_i K_i \subset K_j$ *temos* $C(\bigcap_i K_i) \subset C(K_j)$ *o que contradiz o fato de* $\beta \in C(\bigcap_i K_i)$ *e* $\beta \notin C(K_j)$*. Logo para todo* $\beta \in C(\bigcap_i K_i)$ *temos* $\beta \in \bigcap_i K_i$*, ou seja* $C(\bigcap_i K_i) \subset \bigcap_i K_i$ *e concluímos que* $\bigcap_i K_i = C(\bigcap_i K_i)$*.*

■

Estamos agora aptos a demonstrar o teorema da representação para contração partial meet no caso geral em que supomos apenas que a lógica usada seja tarskiana.

Teorema 5 *Toda contração partial meet em uma lógica tarskiana satisfaz as propriedades (K-1)-(K-4), (K-6) e o critério da relevância.*

Prova:

(K-1) *Seja* $K' \in K \perp \alpha$*,* $K' \subset C(K')$ *suponha por absurdo que* $C(K') \neq K'$ *então* $\exists \beta : \beta \notin K'$ *e* $\beta \in C(K)$*.*

Tome $K' \cup \{\beta\}$ *então* $\alpha \in C(K' \cup \{\beta\})$*.*

Suponha $\alpha \in C(K' \cup \{\beta\})$*, como* $\beta \in C(K')$ *e* $K' \subset C(K')$ *então* $K' \cup \{\beta\} \subset C(K') \Rightarrow C(K' \cup \{\beta\}) \subset C(C(K')) = C(K')$*, mas* $K' \subset K' \cup \{\beta\} \Rightarrow C(K') \subset C(K' \cup \{\beta\})$*, logo* $C(K') = C(K' \cup \{\beta\})$ *e* $\alpha \in C(K')$ *o que contradiz a definição de* $K \perp \alpha$*.*

Suponha agora que $\alpha \notin C(K' \cup \{\beta\})$, *temos que* $K' \subset K' \cup \{\beta\} \subset C(K' \cup \{\beta\})$, *mas como* $K' \subset K \Rightarrow C(K') \subset C(K) = K$ *e como* $\beta \in C(K') \Rightarrow \beta \in K$ *então* $K \cup \{\beta\} \subset K$ *e* $C(K' \cup \{\beta\}) \subset C(K) = K$. *Logo* $K' \subset C(K' \cup \{\beta\}) \subset K$ *e* $\alpha \notin C(K' \cup \{\beta\})$ *contradizendo a definição de* $K \perp \alpha$.

Concluindo todo $K' \in K \perp \alpha$ *é logicamente fechado e pelo lema 3 a intersecção de conjuntos logicamente fechados é logicamente fechada e portanto* $\bigcap \gamma(K \perp \alpha) = C(\bigcap \gamma(K \perp \alpha))$.

(K-2) *Para todo* $K' \in K \perp \alpha$ *temos que* $K' \subset K$ *então* $\bigcap \gamma(K \perp \alpha) \subset K$.

(K-3) *Tome* $K' \in K \perp \alpha$, *por hipótese temos* $\alpha \notin K$ *então* $K' = \{K\}$ *pois senão* K' *não seria maximal e logo* $K \perp \alpha = \{K\}$ *e para qualquer função de seleção* γ *temos* $\alpha \notin \bigcap \gamma(K \perp \alpha)$.

(K-4) *Por hipótese para todo* $K' \in K \perp \alpha$ *temos* $\alpha \in C(K')$ *sse* $\beta \in C(K')$. *Portanto* $K \perp \alpha = K \perp \beta$ *e logo para qualquer função seleção* γ *temos* $\bigcap \gamma(K \perp \alpha) = \bigcap \gamma(K \perp \alpha)$.

(K-6) *Se* $\alpha \in C(\emptyset)$ *então* $K \perp \alpha = \emptyset$, *logo* $\gamma(K \perp \alpha) = \{K\}$ *e* $\bigcap \gamma(K \perp \alpha) = K$ *e concluímos que* $K \setminus \bigcap \gamma(K \perp \alpha) = \emptyset$.

Se $\alpha \notin C(\emptyset)$ *então* $\emptyset \subset \gamma(K \perp \alpha) \subseteq K \perp \alpha$. *Pegue um* $\beta \in K \setminus \bigcap \gamma(K \perp \alpha)$ *qualquer, como* $\beta \notin \bigcap(K \perp \alpha)$ *então existe* $K' \in K \perp \alpha$ *tal que* $\beta \notin K'$ *e* $K' = C(K')$, *pois* $K' \in K \perp \alpha$ *e* $K = C(K)$ *(item 1), então* $\beta \notin C(K')$.

(relevância) *Como* $K' \in K \perp \alpha$, $\alpha \notin K'$ *e como* $K' \subset K' \cup \{\beta\} \subseteq K$ *então* $\alpha \in C(K' \cup \{\beta\})$. *Também é claro que* $\bigcap \gamma(K \perp \alpha) \subseteq K' \subseteq K$ *e concluímos que a construção satisfaz o critério de relevância.* [4].

■

Mostramos uma construção do operador de contração possível em qualquer lógica tarskiana, um corolário obvio dessa construção é o seguinte:

Corolário 1 *Toda lógica tarskiana* $< L, C >$ *possui operador de contração que satisfaz (K-1)-(K-4), (K-6) e o critério de relevância.*

[4] Adaptado de [Han97]

Prova: *Basta tomar o conjunto* $\bigcap \gamma(K \perp \alpha)$ *que, como acabamos de mostrar, satisfaz todos os 6 postulados.*

■

Outro resultado importante é a volta desse teorema, ou seja, toda contração que satisfaça (K-1)-(K-4), (K-6) e o critério de relevância pode ser escrita como uma contração partial meet. Provaremos esse resultado também, porém para isso temos antes que mostrar que:

Lema 4 *Um operador que satisfaça (K-3) e (K-6) em um conjunto* K *tal que* $K = C(K)$ *tem a seguinte propriedade: para todo* $K' \subseteq K$ *se* $\alpha \in C(K')$ *sse* $\beta \in C(K')$ *então temos que* $K - \alpha = K - \beta$.[5]

Prova: *Suponha* $\alpha \notin K = C(K)$ *então por (K-3) temos que* $K - \alpha = K$, *tome* $K' = K$ *então* $\alpha \notin C(K')$ *e logo* $\beta \notin C(K')$ *concluímos por (K-3)* $K - \alpha = K - \beta = K$.

Suponha agora que $\alpha \in K = C(K)$ *então pela monotonicidade de* C *temos* $C(\{\alpha\}) \subseteq C(K)$, *escolha* $K' = C(\{\alpha\})$, *como* $\alpha \in K'$ *temos, por hipótese, que* $\beta \in K' = C(\{\alpha\})$ *como* C *é tarskiano* $C(\{\alpha\}) \subseteq C(C(\{\beta\}) = C(\{\beta\})$, *analogamente podemos mostrar que* $C(\{\beta\} \subseteq C(\{\alpha\})$ *e logo* $C(\{\alpha\}) = C(\{\beta\})$ *e por (K-6) concluímos que* $K - \alpha = K - \beta$.

■

A propriedade acima é denominada na literatura de *uniformidade*. Com esse resultado conseguimos provar a volta do teorema da representação:

Teorema 6 *Um operador de contração em um conjunto fechado por um operador conseqüência tarskiano* C *é uma contração partial meet sse ele satisfaz (K-1)-(K-4), (K-6) e o critério de relevância.*

Prova: *A ida foi provada no teorema 5. Em [Han97] foi provado que toda contração que satisfaz (K-2), (K-3), o critério de relevância e uniformidade é uma contração partial meet. Acima mostramos que toda contração em uma lógica tarskiana que satisfaz (K-3) e (K-6) em um conjunto logicamente fechado também satisfaz a propriedade da uniformidade, logo qualquer contração em um conjunto fechado que satisfaz (K-1)-(K-4), (K-6) e o critério da relevância é uma contração partial meet.*

[5] Adaptado de [Han97]

■

Esse teorema já havia sido provado para os postulados AGM. O que fizemos aqui foi prová-lo para (K-1)-(K-4), (K-6) e mais o critério da relevância para o caso geral, considerando uma lógica tarskiana qualquer. Para o caso particular em que a lógica é proposicional clássica esse teorema é um simples corolário da proposição 1.

5 Conclusão

Como havíamos previsto no plano de trabalho, a primeira parte da nossa pesquisa foi verificar quais resultados lógicos da revisão de crenças, dentro do paradigma AGM, continuam válidos quando se substitui a lógica proposicional clássica por lógicas de descrição. Neste texto nos concentramos no operador de contração.

Nosso trabalho foi bastante influenciado pelos resultados recentes [FPA04, FPA05], onde foi mostrado que nem toda lógica de descrição possui um operador de contração que satisfaz os seis postulados AGM. Em particular, a lógica de descrição em que estávamos mais interessados, SHOIN, não é AGM-compatível e portanto, de acordo com [FPA05], não possui tal operador.

O interesse nesta lógica de descrições em particular deve se ao fato de que ela forma a base da linguagem OWL, que atualmente é o padrão recomendado pelo W3C para descrição de ontologias para Web-semântica. Existem atualmente vários mecanismos de inferência desenvolvidos para tratar fragmentos desta lógica de maneira eficiente, que poderiam ser utilizados para implementar operadores de revisão de crenças.

Neste trabalho, mostramos que ao considerarmos um conjunto alternativo de postulados, onde o polêmico postulado da recuperação é substituído pelo postulado de relevância, qualquer lógica tarskiana possui operador de contração. Além disso, provamos o teorema de representação para contração partial meet e o novo conjunto de postulados. Cabe aqui ressaltar que a alteração do conjunto de postulados não foi arbitrária, já que o postulado da relevância parece ser mais bem aceito do que o de recuperação na literatura mais recente.

O trabalho a ser realizado no período restante da iniciação científica inclui estudar operadores que trabalham em bases de crenças ao invés de conjuntos logicamente fechados e sua aplicabilidade às lógicas de descrição. Isso seria a base de uma futura implementação.

Referências

[AGM85] Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors, and David Makinson. On the logic of theory change. *Journal of Symbolic Logic*, 50(2):510–530, 1985.

[BCM+03] Franz Baader, Diego Calvanese, Deborah McGuinness, Daniele Nardi, and Peter Patel-Schneider, editors. *The Description Logic Handbook*. Cambridge University Press, 2003.

[Fer01] Eduardo Fermé. Five faces of recovery. In Hans Rott and Mary-Anne Williams, editors, *Frontiers in Belief Revision*. Kluwer, 2001.

[FPA04] Giorgos Flouris, Dimitris Plexousakis, and Grigoris Antoniou. Generalizing the AGM postulates: preliminary results and applications. In *Non-Monotonic Reasoning*, pages 171–179, 2004.

[FPA05] Giorgos Flouris, Dimitris Plexousakis, and Grigoris Antoniou. Updating description logics using the AGM theory. In *In Proceedings of the 7th International Symposium on Logical Formalizations of Commonsense Reasoning*, Corfu, Greece, May 2005.

[Gär88] P. Gärdenfors. *Knowledge in flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States*. MIT Press, Cambridge, 1988.

[Han97] Sven-Ove Hansson. *A Textbook of Belief Dynamics*. Kluwer Academic Publishers, 1997.

[HPS03] I. Horrocks and P. Patel-Schneider. Reducing OWL entailment to description logic satisfiability. In *Proc. of the 2nd International Semantic Web Conference (ISWC)*, 2003.

[Mak87] David Makinson. On the status of the postulate of recovery in the logic of theory change. *Journal of Philosophical Logic*, 16:383–394, 1987.

[Was99] Renata Wassermann. *Resource Bounded Belief Revision*. PhD thesis, Universiteit van Amsterdam, 1999.